

EXERCICE 1

Dans $\mathbb{R}^4$, on pose $F = \left\{ (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / \quad x + y + z + t = 0 \text{ et } x - 2y + 3z + 5t = 0 \right\}$ et $G = \mathbf{Vect}\left((1, 1, 1, 1), (0, 1, 3, 0)\right)$. Déterminer une base de F , une base de G , une base de $F \cap G$ et une base de $F + G$.

EXERCICE 2

- 1) Ecrire une procédure `dim` prenant pour argument un espace vectoriel et renvoyant sa dimension.
- 2) Ecrire une procédure `directe` prenant pour arguments deux sous-espaces vectoriels, et renvoyant *true* s'ils sont en somme directe et *false* sinon.
- 3) Ecrire une procédure `supplémentaire` prenant pour argument un sous-espace vectoriel F et une famille génératrice $\mathcal{G}$ de l'espace vectoriel ambiant E , et renvoyant le supplémentaire de F dans E obtenu à partir de $\mathcal{G}$ en appliquant l'algorithme de la base incomplète.

EXERCICE 3

Vérifier que pour tous $A, B \in \mathcal{M}_4(\mathbb{C})$: $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$.

EXERCICE 4

Soit A la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 7 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. On identifie A et l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ qui lui est

associé. Déterminer une base de $\mathbb{R}^3$ dans laquelle la matrice de A est $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

Indication : Les fonctions suivantes pourront être utiles : `linsolve`, `concat` et `stack`.